

# Distribuciones de probabilidad continuas y discretas

---

Observe que la distribuciones muestra si las distribuciones de probabilidad son discretas o continuas.

Las distribuciones de probabilidad continuas, como la distribución normal, describen valores en un rango o escala y se muestran como figuras sólidas en la galería de distribuciones. Las distribuciones continuas son en realidad abstracciones matemáticas, ya que suponen la existencia de cada valor intermedio posible entre dos números. Es decir, una distribución continua asume que hay un número infinito de valores entre dos puntos de la distribución.

Las distribuciones de probabilidad discretas describen valores distintos, normalmente números enteros, sin valores intermedios, y se muestran como una serie de columnas verticales. Una distribución discreta, por ejemplo, puede describir como 0, 1, 2, 3 o 4 el número de veces que aparece "cara" al tirar una moneda a cara o cruz.

No obstante, muchas veces se puede utilizar de forma eficaz una distribución continua para aproximarla a una distribución discreta, aunque el modelo continuo no describa necesariamente la situación exacta.

En los cuadros de diálogo de las distribuciones discretas, Crystal Ball muestra los valores de la variable en el eje horizontal y las probabilidades asociadas en el eje vertical. Para las distribuciones continuas, Crystal Ball no muestra los valores en el eje vertical, ya que en este caso, la probabilidad sólo se puede asociar a áreas bajo la curva y no con valores únicos.

Las secciones siguientes indican cuáles son las distribuciones discretas y continuas disponibles en Crystal Ball:

- [Distribuciones de probabilidad continua](#)
- [Distribuciones de probabilidad discreta](#)

## ✓ **Distribuciones de probabilidad continua**

Las secciones siguientes describen cuáles son las distribuciones continuas disponibles en Crystal Ball:

- Distribución beta
- Distribución BetaPERT
- Distribución exponencial
- Distribución gamma

- Distribución logística
- Distribución logarítmico normal
- Distribución del extremo máximo
- Distribución del extremo mínimo
- Distribución normal
- Distribución de Pareto
- Distribución  $t$  de Student
- Distribución triangular
- Distribución uniforme
- Distribución de Weibull

## ✓ **Distribuciones de probabilidad discreta**

Las secciones siguientes describen cuáles son las distribuciones discretas disponibles en Crystal Ball:

- Distribución binomial
- Distribución uniforme discreta
- Distribución geométrica
- Distribución hipergeométrica
- Distribución binomial negativa
- Distribución de Poisson
- Distribución Sí-No
- Distribución triangular
- Distribución uniforme
- Distribución de Weibull

## 1. **Funciones de distribución probabilística continua**

### 1.1. **Distribución normal**



Normal

La distribución normal es continua. Es la más importante en la teoría de la probabilidad, ya que describe muchos fenómenos naturales, como el cociente de inteligencia de las personas y los picos y las tasas reproductivas de los animales. Las personas encargadas de tomar decisiones en la empresa pueden utilizar la distribución normal para describir variables inciertas, como la tasa de inflación o el precio futuro de la gasolina.

#### Parámetros

Media, Desviación estándar

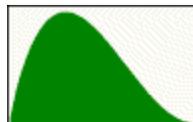
**Nota:** De los valores de la distribución normal, aproximadamente el 68% se encuentran dentro de una desviación estándar de 1 a ambos lados de la media. La desviación estándar es la raíz cuadrada de la distancia cuadrada promedio de los valores desde la media.

### Condicionales

La distribución normal se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El valor de la media es el más probable.
- Es simétrica respecto a la media.
- Hay más probabilidad de que se aproxime a la media de que se aleje.

## **1.2. Distribución beta**



Beta

La distribución beta es continua. Se utiliza normalmente para representar variabilidad en un rango fijo. Puede representar incertidumbre en la probabilidad de que se produzca un evento. Se utiliza también para describir datos empíricos y predecir el comportamiento aleatorio de porcentajes y fracciones y se puede utilizar para representar la fiabilidad de los dispositivos de una empresa.

**Nota:** Los modelos que utilizan distribuciones beta se ejecutarán más lentamente debido a los cálculos de parámetros alternativos y CDF inversa que tienen lugar cuando se gestionan números aleatorios como parte de las distribuciones beta.

### Parámetros

Mínimo, Máximo, Alfa, Beta

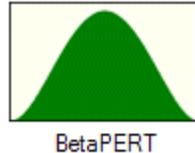
### Condicionales

La distribución beta se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El rango mínimo y máximo debe estar comprendido entre 0 y un valor positivo.
- La forma se puede especificar con dos valores positivos, alfa y beta. Si los parámetros son iguales, la distribución es simétrica. Si alguno de los parámetros es 1 y el otro parámetro es mayor que 1, la distribución tiene forma de J. Si alfa es menor que beta, se dice que la distribución está sesgada positivamente (la mayoría

de los valores se aproximan al valor mínimo). Si alfa es superior a beta, la distribución está sesgada negativamente (la mayoría de los valores se aproximan al valor máximo). Dado que la distribución beta es compleja, los métodos para determinar los parámetros de distribución van más allá del alcance de este manual. Para obtener más información acerca de la distribución beta y estadísticas bayesianas, consulte los textos en la bibliografía.

### 1.3. Distribución BetaPERT



La distribución betaPERT es continua. Describe una situación en la que se conocen los valores mínimo, máximo y más probables. Resulta útil con datos limitados. Por ejemplo, podría describir el número de vehículos vendidos por semana cuando las ventas anteriores muestran el número mínimo, máximo y habitual de vehículos vendidos. Es similar a la distribución triangular, la cual se describe en [Distribución triangular](#), excepto en que la curva se suaviza para reducir el pico. La distribución betaPERT se utiliza a menudo en los modelos de administración de proyectos para calcular la duración de las tareas y los proyectos.

#### Parámetros

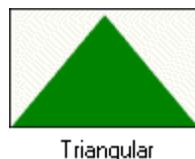
Mínimo, Más probable y Máximo

#### Condicionales

La distribución betaPERT se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- Cuando el mínimo y el máximo son fijos.
- Tiene un valor más probable en este rango, el cual forma un triángulo con el mínimo y el máximo; betaPERT forma una curva suavizada en el triángulo subyacente.

### 1.4. Distribución triangular



La distribución triangular es continua. Describe una situación en la que se conocen los valores mínimo, máximo y más probables. Resulta útil con datos limitados en situaciones

como estimaciones de ventas, número de vehículos vendidos en una semana, números de inventario y costes de marketing. Por ejemplo, podría describir el número de vehículos vendidos por semana cuando las ventas anteriores muestran el número mínimo, máximo y habitual de vehículos vendidos.

### Parámetros

Mínimo, Más probable y Máximo

### Condicionales

La distribución triangular se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- Cuando el mínimo y el máximo son fijos.
- Tiene un valor más probable en este rango, el cual conforma un triángulo con el mínimo y el máximo.

## **1.5. Distribución uniforme**



Uniform

La distribución uniforme es continua. En la distribución uniforme se conoce el rango entre los valores mínimo y máximo y se sabe que todos los valores en el rango tienen la misma probabilidad de producirse. Se puede utilizar para describir una valoración inmobiliaria o una fuga en una tubería.

### Parámetros

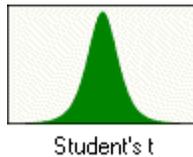
Mínimo, Máximo

### Condicionales

La distribución uniforme se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El mínimo es fijo.
- El máximo es fijo.
- Todos los valores en el rango tienen la misma probabilidad de producirse.
- La distribución uniforme discreta es el equivalente discreto de la distribución uniforme.

## 1.6. Distribución $t$ de Student



La distribución  $t$  de Student es continua. Se utiliza para describir pequeños conjuntos de datos empíricos que se asemejan a una curva normal, pero con colas más gruesas (más valores atípicos). Se suele utilizar para datos económicos y tipos de cambio.

### Parámetros

Punto medio, Escala, Grados de libertad

Nota: El parámetro Punto medio es la ubicación central de la distribución (también modo), el valor del eje  $x$  en el que desea colocar el pico de la distribución. El parámetro Grados de libertad controla la forma de la distribución. Unos valores más pequeños resultan en colas más gruesas y menos masa en el centro. El parámetro Escala afecta al ancho de la distribución mediante el aumento de la varianza, sin afectar a la forma global y las proporciones de la curva. Escala se puede utilizar para ampliar la curva para facilitar su lectura e interpretación. Por ejemplo, si el punto medio fuera un número grande, por ejemplo 5000, la escala podría ser proporcionalmente mayor que si el punto medio fuera 500.

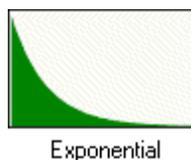
### Condicionales

La distribución  $t$  de Student se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El valor de punto medio es el más probable.
- Es simétrica respecto a la media.

Nota: Cuando los grados de libertad son superiores a 30, se puede utilizar la distribución normal para aproximar la distribución  $t$  de Student.

## 1.7. Distribución exponencial



La distribución exponencial es continua. Se suele utilizar a menudo para describir eventos recurrentes en puntos aleatorios en el tiempo o en el espacio, como el

tiempo transcurrido entre errores de un equipo electrónico, el tiempo transcurrido entre llegadas al centro de reparación, llamadas telefónicas entrantes o reparaciones necesarias en un determinado trecho de autopista. Está relacionada con la distribución de Poisson, que describe el número de veces que se repite un evento en un determinado intervalo de tiempo o espacio.

### Parámetro

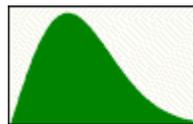
Tasa

### Condicionales

La distribución exponencial se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- La distribución describe el tiempo transcurrido entre repeticiones.
- La distribución no se ve afectada por los eventos anteriores.

## **1.8. Distribución de Weibull**



Weibull

La distribución de Weibull es continua. Describe los datos resultantes de las pruebas de desgaste y se puede utilizar para describir momentos de error en estudios de fiabilidad o resistencia de materiales en pruebas de fiabilidad y control de calidad. Las distribuciones de Weibull se utilizan también para representar diferentes cantidades físicas, como la velocidad del viento.

### Parámetros

Ubicación, Escala, Forma

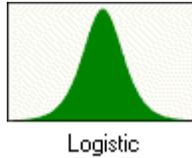
### Condicionales

Esta distribución flexible pueden asumir las propiedades de otras distribuciones. Cuando el parámetro de forma es igual a 1,0, la distribución de Weibull es idéntica a la distribución exponencial. El parámetro de ubicación permite establecer una distribución exponencial para empezar en una ubicación distinta a 0,0. Cuando el parámetro de forma es menor que 1,0, la distribución de Weibull se convierte en una curva muy pendiente hacia abajo. Un fabricante puede encontrar útil este efecto para describir errores de piezas durante el periodo de quemado inicial.

Cuando los parámetros de forma equivalen a 1, es idéntica a la distribución

exponencial; cuando son iguales a 2, es idéntica a la de Rayleigh.

### 1.9. Distribución logística



La distribución logística es continua. Se suele utilizar para describir el crecimiento (el tamaño de una población expresado como función de una variable de tiempo). Se puede utilizar también para describir reacciones químicas y el curso de crecimiento de una población o un individuo.

#### Parámetros

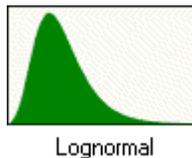
Media, Escala

Nota: El parámetro de media es el valor promedio, el cual, en esta distribución, es el mismo que el modo, ya que se trata de una distribución simétrica. Tras seleccionar el parámetro de media, se puede estimar el parámetro de escala. El parámetro de escala es un número mayor que 0. Cuanto mayor sea el parámetro de escala, mayor será la varianza.

#### Condicionales

Las condiciones y los parámetros son complejos. Consulte: Fishman, G. *Springer Series in Operations Research*. NY: Springer-Verlag, 1996.

### 1.10. Distribución logarítmico normal



La distribución logarítmico normal es continua. Se suele utilizar a menudo en situaciones en las que los valores se sesgan positivamente, por ejemplo, para determinar precios de acciones, precios de propiedades inmobiliarias, escalas salariales y tamaños de depósitos de aceite.

#### Parámetros

Ubicación, Media, Desviación estándar

De forma predeterminada, la distribución logarítmico normal utiliza la media aritmética y la desviación estándar. En el caso de aplicaciones en las que hay datos históricos disponibles, resulta más adecuado utilizar la desviación estándar logarítmica y la media logarítmica o la media geométrica y la desviación estándar geométrica. Estas opciones están disponibles en el menú Parámetros de la barra de menús. Tenga en cuenta que el parámetro de ubicación está siempre en el espacio aritmético.

Nota: Si tiene datos históricos disponibles con los que definir una distribución logarítmico normal, es importante calcular la media y la desviación estándar de los logaritmos de los datos y, a continuación, introducir estos parámetros de logaritmo mediante el menú Parámetros (Ubicación, Media logarítmica y Desviación estándar logarítmica). Calcular la media y la desviación estándar directamente en los datos sin procesar no le dará la distribución logarítmico normal correcta. También puede optar por utilizar la función de ajuste de distribución que se describe en Ajuste de distribuciones a datos históricos.

Para obtener más información sobre estos parámetros alternativos, consulte la sección de distribución logarítmico normal en la guía de ejemplos y referencia de Oracle Crystal Ball. Para obtener más información acerca de este menú, consulte Uso de conjuntos de parámetros alternativos.

### Condicionales

La distribución logarítmico normal se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- Los límites superiores e inferiores son ilimitados, pero la variable incierta no puede estar por debajo del valor del parámetro de ubicación.
- La distribución se ha sesgado positivamente, con la mayoría de los valores próximos al límite inferior.
- El logaritmo natural de la distribución es una distribución normal.

### **1.11. Distribución de Pareto**



Pareto

La distribución de Pareto es continua. Se suele utilizar en la investigación de otras distribuciones asociadas con fenómenos empíricos, como tamaños de poblaciones de ciudades, cantidad de recursos naturales, tamaño de empresas, ingresos

personales, fluctuaciones de precios de acciones y errores en circuitos de comunicación.

### Parámetros

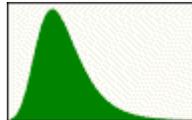
Ubicación, Forma

Nota: El parámetro Ubicación es el límite inferior de la variable. Tras seleccionar el parámetro Ubicación, podrá estimar el parámetro Forma. El parámetro Forma es un número mayor que 0. Normalmente mayor que 1. Cuanto mayor sea el parámetro Forma, menor será la varianza y más gruesa la cola derecha de la distribución.

### Condicionales

Las condiciones y los parámetros son complejos. Consulte: Fishman, G. *Springer Series in Operations Research*. NY: Springer-Verlag, 1996.

## **1.12. Distribución del extremo máximo**



Max Extreme

La distribución del extremo máximo es continua. Se suele utilizar para describir el valor más alto de una respuesta a lo largo de un periodo de tiempo; por ejemplo, en inundaciones, precipitaciones y terremotos. Entre otras aplicaciones se incluyen resistencia de materiales, diseño de construcciones y cargas y tolerancias de aeronaves. Esta distribución se conoce también como distribución de Gumbel, y está estrechamente relacionada con la distribución del extremo mínimo, su "imagen simétrica".

### Parámetros

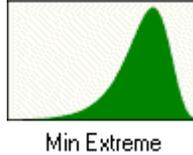
Más probable, Escala

Nota: Tras seleccionar el parámetro Más probable, se puede estimar el parámetro Escala. El parámetro Escala es un número mayor que 0. Cuanto mayor sea el parámetro Escala, mayor será la varianza.

## Condicionales

Las condiciones y los parámetros son complejos. Consulte: Castillo, Enrique. *Extreme Value Theory in Engineering*. London: Academic Press, 1988.

### **1.13. Distribución del extremo mínimo**



La distribución del extremo mínimo es continua. Se suele utilizar para describir el valor más pequeño de una respuesta a lo largo de un periodo de tiempo; por ejemplo, las precipitaciones durante un periodo de sequía. Esta distribución está estrechamente relacionada con la distribución del extremo máximo.

## Parámetros

Más probable, Escala

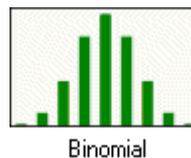
Nota: Tras seleccionar el parámetro Más probable, se puede estimar el parámetro Escala. El parámetro Escala es un número mayor que 0. Cuanto mayor sea el parámetro Escala, mayor será la varianza.

## Condicionales

Las condiciones y los parámetros son complejos. Consulte: Castillo, Enrique. *Extreme Value Theory in Engineering*. London: Academic Press, 1988.

## **2. Funciones de distribución probabilística continua**

### **2.1. Distribución binomial**



La distribución binomial es discreta. Describe el número de veces que se produce o no un evento en concreto en un número fijo de pruebas, como el número de veces que sale cara en

10 tiradas de una moneda o el número de elementos defectuosos en 50 elementos. También puede utilizarse en lógica booleana (verdadero/falso o activado/desactivado).

### Parámetros

Probabilidad, Pruebas

### Condicionales

La distribución binomial se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- En cada prueba sólo hay dos resultados posibles, como éxito o error.
- Las pruebas son independientes. La probabilidad es la misma de prueba a prueba.
- La distribución Sí-No equivale a la distribución binomial con una prueba.

## **2.2. Distribución uniforme discreta**



Discrete Uniform

En la distribución uniforme discreta se saben cuáles son los valores mínimo y máximo y que todos los valores no continuos entre el mínimo y el máximo tienen la misma probabilidad de producirse. Se puede utilizar para describir una valoración inmobiliaria o una fuga en una tubería. Es el equivalente discreto de la distribución uniforme continua (Distribución uniforme).

### Parámetros

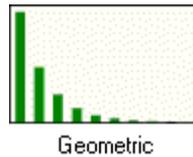
Mínimo, Máximo

### Condicionales

La distribución uniforme discreta se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El mínimo es fijo.
- El máximo es fijo.
- Todos los valores en el rango tienen la misma probabilidad de producirse.
- La distribución uniforme discreta es el equivalente discreto de la distribución uniforme.

### **2.3. Distribución geométrica**



La distribución geométrica es discreta. Describe el número de pruebas hasta la primera vez que resulta correcta, como el número de veces que gira un ruleta hasta ganar o cuántos pozos hay que perforar hasta encontrar petróleo.

#### Parámetro Geométrica

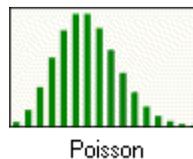
Probabilidad

#### Condiciones geométricas

La distribución geométrica normal se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El número de pruebas no es fijo.
- Las pruebas continúan hasta el primer éxito.
- La probabilidad de éxito es la misma de prueba a prueba; si hay un 10% de probabilidad, se introduce como 0,10.

### **2.4. Distribución de Poisson**



La distribución de Poisson es discreta. Describe el número de veces que se produce un evento en un determinado intervalo (normalmente de tiempo), como el número de llamadas telefónicas por minuto, el número de errores por página en un documento o el número de defectos por cada 100 metros de material.

#### Parámetro

Tasa

#### Condicionales

La distribución de Poisson se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El número de veces que se produce el evento no es limitado.
- Las distintas repeticiones son independientes entre sí.

- El número promedio de veces que se produce el evento es el mismo de una unidad a otra.

## 2.5. Distribución Sí-No



La distribución Sí-No, también denominada distribución de Bernoulli, es una distribución discreta que describe un conjunto de observaciones que sólo pueden tener uno de dos valores, como sí o no, éxito o error, verdadero o falso, o cara o cruz.

En las secciones a continuación se describen los parámetros, condiciones y otras funciones de esta distribución.

### Parámetros

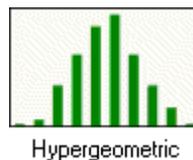
Probabilidad de Sí ( $p$ )

### Condicionales

La distribución Sí-No se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- Para cada prueba, sólo hay dos resultados posibles, como éxito o error; la variable aleatoria sólo puede tener uno de dos valores, por ejemplo, 0 y 1.
- La media es  $p$ , o probabilidad ( $0 < p < 1$ ).
- Las pruebas son independientes. La probabilidad es la misma de prueba a prueba.
- La distribución Sí-No equivale a la distribución binomial con una prueba.

## 2.6. Distribución hipergeométrica



La distribución hipergeométrica es discreta. Es similar a la distribución binomial. Ambas describen el número de veces que se produce un determinado evento en un número fijo de pruebas. No obstante, las pruebas de distribución binomial son independientes, mientras que las pruebas de la distribución hipergeométrica cambian el índice de éxito para las pruebas posteriores y se conocen como "pruebas sin reemplazo". La distribución hipergeométrica se puede utilizar para muestreo de problemas como la posibilidad de sacar una pieza defectuosa de una caja (sin devolver las piezas a la caja para la siguiente prueba).

## Parámetros

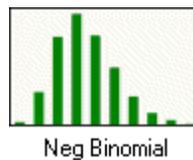
Correcto, Pruebas, Población

## Condicionales

La distribución hipergeométrica se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El número total de elementos (población) es fijo.
- El tamaño de la muestra (número de pruebas) es una parte de la población.
- La probabilidad de éxito cambia después de cada prueba.

## **2.7. Distribución binomial negativa**



La distribución binomial negativa es discreta. Es útil para modelar la distribución del número de pruebas hasta el resultado correcto  $r$ , como el número de visitas de ventas que necesita realizar para cerrar 10 pedidos. Se trata fundamentalmente de una superdistribución de la distribución geométrica.

## Parámetros

Probabilidad, Forma

## Condicionales

La distribución binomial negativa se utiliza cuando se dan las siguientes condiciones:

- El número de pruebas no es fijo.
- Las pruebas continúan hasta llegar al resultado correcto  $r$  (las pruebas nunca son menos de  $r$ ).
- La probabilidad de éxito es la misma de prueba a prueba.

Algunas características de la distribución binomial negativa son:

- Cuando la forma es igual a 1, la distribución binomial negativa se convierte en distribución geométrica.

- La suma de dos variables distribuidas binomiales negativas es una variable binomial negativa.
- Otra forma de la distribución binomial negativa que a veces encontramos en los libros de texto, es la que sólo tiene en cuenta el número total de errores hasta el resultado correcto  $r$ , no el número total de pruebas. Para modelar esta forma de la distribución, reste  $r$  (el valor del parámetro de forma) del valor de suposición mediante una fórmula en la hoja de trabajo.

## Bibliografía

ORACLE, 2015. <http://www.crystalballservices.com/>. [En línea]

Available at:

[http://www.crystalballservices.com/Portals/0/CB\\_Material/CrystalBallUserGuides/es/Crystal%20Ball%20Users%20Guide/frameset.htm?fit\\_distribution\\_dialog.htm](http://www.crystalballservices.com/Portals/0/CB_Material/CrystalBallUserGuides/es/Crystal%20Ball%20Users%20Guide/frameset.htm?fit_distribution_dialog.htm)

[Último acceso: 08 Abril 2015].